



**CENTRO UNIVERSITÁRIO DE BRASÍLIA – UniCEUB**  
**FACULDADE DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO E DA SAÚDE – FACES**  
**PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA**

**PATRÍCIA DE ANDRADE BORGOGNONI**

**USO DA ANÁLISE FRACTAL NA CLASSIFICAÇÃO E  
IDENTIFICAÇÃO DE ESPÉCIES VEGETAIS**

**BRASÍLIA**  
**2017**



**PATRÍCIA DE ANDRADE BORGOGNONI**

**USO DA ANÁLISE FRACTAL NA CLASSIFICAÇÃO E  
IDENTIFICAÇÃO DE ESPÉCIES VEGETAIS**

Relatório final de pesquisa de Iniciação Científica  
apresentado à Assessoria de Pós-Graduação e  
Pesquisa pela Faculdade de Ciências da  
Educação e da Saúde – FACES

Orientação: Professor Cleber da Silva Pinheiro

**BRASÍLIA  
2017**

## Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus pais Lourival Cesar Borgognoni e Adriana de Andrade Borgognoni, que nunca mediram esforços para oferecer tudo de melhor aos seus filhos, apoiando em todas minhas decisões, conduzindo-me ao melhor caminho sempre que necessário, sempre com muito amor, incentivo e apoio incondicional.

Aos meus irmãos Eduardo Andrade Borgognoni e Cesar Andrade Borgognoni pelo apoio e sabedoria que me passaram através de opiniões e de suas vivências, sempre mostrando que o futuro é feito a partir da constante dedicação no presente.

A todos aqueles que propiciaram um clima de companheirismo, tornando a realização desta pesquisa possível.

## Agradecimentos

Ao Centro de Ensino Unificado de Brasília - UniCEUB, pelo ambiente criativo e amigável que proporciona.

À Assessoria de pesquisa e extensão na retirada de dúvidas, pela paciência, pelos cursos oferecidos e por estar sempre pronta a ajudar.

Ao professor orientador Cleber da Silva Pinheiro que, ao longo de todo o trabalho, ajudou-me a aprimorar meus conhecimentos, propiciando um cenário de crescimento acadêmico e profissional, pela oportunidade oferecida quanto ao desenvolvimento de pesquisa, pela orientação, sabedoria e paciência.

À professora Andrea Libano, pelas ponderações e contribuições auxiliares quanto ao desenvolvimento e orientação complementar durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao aluno Gustavo Ruffo, pela ajuda e auxílio na coleta de dados.

Aos grandes amigos Breno Esaki Borges, Ana Luiza de Almeida Rochefort, Jessica Nizio e Monique Bonotto pela amizade, confiança e ajuda quando necessário.

Aos todos os funcionários do UniCEUB que puderam, de alguma forma, fornecer auxílio em problemas diversos durante o desenvolvimento da pesquisa.

A todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

## **USO DA ANÁLISE FRACTAL NA CLASSIFICAÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE ESPÉCIES VEGETAIS**

**Patrícia de Andrade Borgognoni – UniCEUB, PIC Institucional, aluno bolsista**

*paty.borgognoni17@hotmail.com*

**Cleber da Silva Pinheiro – UniCEUB, professor orientador**

*profcleberpinheiro@yahoo.com.br*

**Andrea Marilza Libano – UniCEUB, professor colaboradora**

*andrea.libano@uniceub.br*

**Claudio Henrique Cerri e Silva – UniCEUB, professor colaborador**

*Claudio.cerri@gmail.com*

A extensa biodiversidade das espécies vegetais existentes tornam os modelos tradicionais de classificação taxonômica uma tarefa complexa, sendo que estes são realizadas de forma manual, ocasionando aferições pouco precisas. Análise fractal tem sido utilizada como uma metodologia computacional sofisticada para a caracterização e identificação de espécies vegetais. Vascularização foliar e análise de curvatura de borda são exemplos de padrões estudados na literatura com uso da dimensão fractal. Este estudo tem como objetivo aplicar uma metodologia para identificação de espécies vegetais por meio da dimensão fractal. Neste sentido, tal grandeza foi determinada usando o método box-counting, por meio da análise da textura foliar, em quatro diferentes espécies de plantas típicas do cerrado do planalto central: *Kielmeyera coriacea*, *Qualea parviflora*, *Qualea grandiflora* e *Annona coriacea*. São coletados conjuntos distintos de amostra de folhas vegetais em duas localidades do Distrito Federal: Parque da Cidade Sarah Kubitschek e Parque Ecológico Olhos D'Água. Para análise de textura foliar, são obtidas imagens das folhas coletadas para cada espécie vegetal, baseada no processo computacional de escaneamento digital. Diferentes testes estatísticos de hipóteses são conduzidos para averiguação de tal medida como indicador de classificação com caráter taxonômico. Para cada amostra de textura de folha, uma assinatura estatística foi calculada. Os valores médios da dimensão fractal relacionados a diferentes localidades são comparados entre as espécies. Os resultados obtidos indicam diferentes valores médios para tal grandeza entre os grupos de espécies, mostrando independência em relação à localidade de coleta, caracterizando-se como um importante parâmetro no processo taxonômico para a identificação, diferenciação e classificação de espécies vegetais.

**Palavras-Chave: Dimensão Fractal. Botânica. Morfologia Vegetal. Identificação de Espécies Vegetais.**

## Sumário

1. Introdução .....	7
2. Objetivos.....	7
3. Fundamentação teórica.....	8
4. Metodologia.....	14
6. Conclusão.....	27
7. Referências.....	28

## **1. Introdução**

A taxionomia vegetal é uma área do conhecimento responsável pela síntese, caracterização, classificação e nomenclatura das espécies de plantas. De suma importância para o conhecimento da biodiversidade e da flora, fornece também informações necessárias para o prévio conhecimento em áreas relacionadas à Botânica, bem como para áreas de conhecimento afins.

Neste sentido, o estudo de herbários vegetais (conjunto de plantas coletadas de maneira especial que servirão de base para a documentação) são ferramentas indispensáveis no que tange ao uso de taxonomia na classificação de espécies arbóreas.

Entretanto, mesmo havendo coleções bem estruturada de plantas num certo sentido, o trabalho de identificação e caracterização é ainda implementado de maneira manual. Neste contexto, o uso de métodos matemáticos permite o desenvolvimento de técnicas para a aferição e extração de espécies vegetais, facilitando uma análise mais criteriosa da morfologia, anatomia e da fisiologia do vegetal.

Visando agregar novos procedimentos de identificação àquelas técnicas já desenvolvidas, este projeto tem como foco o desenvolvimento de uma metodologia para identificação de espécies vegetais por meio da análise de textura foliar utilizando a geometria fractal. Essa abordagem é adotada neste projeto de pesquisa em virtude de pouca quantidade de trabalhos na literatura sobre métodos computacionais de classificação vegetal (LEE; CHEN, 2006; PLOTZE et al, 2005; TZIONAS; PAPADAKIS; MANOLAKIS, 2005; WANG; CHI; FENG, 2003).

Levando-se em consideração o potencial das formas fractais e seu uso em diversas áreas do conhecimento, em particular, na identificação de espécies vegetais, surge a pergunta da pesquisa: como determinar a dimensão fractal, como parâmetro relevante, na classificação taxionômica de plantas?

## **2. Objetivos**

Desenvolver uma metodologia para identificação de espécies vegetais por meio da análise fractal de textura foliar, visando contribuir com as técnicas de taxonomia já desenvolvidas na literatura.

## Objetivos específicos

- Desenvolver aptidão matemática utilizando funções matemáticas complexas;
- Desenvolver técnicas de amostragem para a coleta de amostras;
- Construir modelos de digitalização de imagens a partir das amostras coletadas;
- Construir códigos-fontes para o reconhecimento de imagens para a determinação da dimensão fractal;
- Determinar manualmente, através de técnicas triviais, a dimensão fractal;
- Comparar as diferentes abordagens (virtual e manual) com respeito à determinação da dimensão fractal;
- Verificar a dimensão fractal como indicador de assinatura estatística para cada espécie.

### 3. Fundamentação teórica

Durante séculos, os objetos e os conceitos da geometria euclidiana foram considerados como ferramentas de caráter absoluto quanto à descrição espacial. Cientistas e filósofos idealizaram uma visão da natureza a partir de conceitos e formas de figuras regulares. Tal geometria, a princípio, foi suficiente para descrever, por exemplo, o movimento e a teoria de atração gravitacional de planetas. Entretanto, no que tange à descrição de formas irregulares e complexas presentes na natureza, objetos euclidianos (triângulos, círculos, esferas etc) são inadequados (TAKAYASU, 1990). Como a história nos mostra, todo e qualquer conceito perpassa por revisões e evoluções históricas. Não foi diferente com a Geometria Euclidiana.

Através dos estudos realizados no final do século XIX e início do século XX, foi possível fundamentar uma nova ciência que propiciou na quebra do determinismo, aumentou o alcance da geometria e possibilitou ao homem trabalhar com as complexidades da natureza. Entre os séculos XIX e XX foram propostos vários objetos matemáticos com características especiais e que foram, durante muito tempo, considerados “*anomalias matemáticas*”, já que desafiavam as noções e sentidos comuns de infinito e para os quais não havia uma explicação objetiva.

Até então, têm-se caracterizado elementos geométricos como o ponto, as curvas e as superfícies em termos de suas dimensões topológicas. Com base neste conceito diz-se que ponto tem dimensão zero, a reta tem dimensão um, o plano tem dimensão dois e o espaço usual tem dimensão três. Entretanto, há figuras “especiais” que sua dimensão pode apresentar um valor não inteiro.

No início do século XX, alguns cientistas (como Von Koch e Felix Hausdorff) descobriram que há formas geométricas que não podem ser descritas pela geometria de Euclides e que necessitavam de uma descrição bem mais elaborada (BOYER, 1974). Apesar de suas iniciativas e de terem publicado diversos trabalhos, esses pesquisadores não conseguiram convencer a comunidade científica na época quanto à importância de tais entes geométricos, já que suas pesquisas violavam as regras da matemática clássica, tornando-se quase impossível demonstrar suas teorias com as ferramentas de que dispunham na época (MONTEIRO, 1997). Entretanto, tais acontecimentos já indicavam um ponto de partida quanto à mudança do pensamento tradicional: a história da matemática ganharia um novo marco com os questionamentos sobre a geometria de Euclides.

Na década de 70, Benoit Mandelbrot apresentou uma nova concepção da geometria tradicional, um novo campo da matemática, conhecida como Geometria Fractal. Em seu trabalho, Mandelbrot demonstrou que um determinado objeto pode apresentar uma dimensão com valores fracionários, ao contrário do que ocorre com figuras na geometria euclidiana (dimensão com números inteiros positivos) (NEIL e CURTIS, 1997). Neste estudo, a dimensão fractal pode ser interpretada como uma medida de “complexidade” do objeto (CARLIN, 2000), sendo dessa forma uma medida da superfície efetiva de contato entre o objeto e seu meio (BACKES, 2006). Portanto, quanto maior a superfície, maior será sua dimensão fractal.

A partir de tais estudos, Mandelbrot é considerado como o “pai da Geometria Fractal”, já que implementou, com rigor matemático, a fundamentação da teoria necessária. Originado do latim “*fractus*” e com significado de “fragmentado”, “fracionado” (BARBOSA, 2002), um fractal pode ser definido como uma estrutura geométrica onde partes da mesma se assemelham ao todo. Isto é, existem partes auto-similares dentro da estrutura global (BARBOSA, 2002): ao se dividir um fractal em escalas cada vez menores, as partes originadas, por menores que sejam, apresentam formas e características semelhantes ao todo. Isso quer dizer que, à medida que se muda a escala de observação, o que se observa é uma nova figura

semelhante à estrutura do todo, sob transformação de escala. Tais entes geométricos possuem formas extremamente irregulares e/ou fragmentadas e que têm essencialmente a mesma estrutura em todas as escalas. Essa definição engloba três características essenciais para a designação de um ente geométrico tipo fractal: auto-similaridade, iteração e dimensão.

A figura 1 ao lado mostra o fractal de Mandelbrot em que está destacada a propriedade de auto-similaridade. O círculo mostra uma parte ampliada do fractal. Nota-se que a forma e a fragmentação são idênticas a figura original. Sob mudança de escala, é observada a propriedade de auto-similaridade.

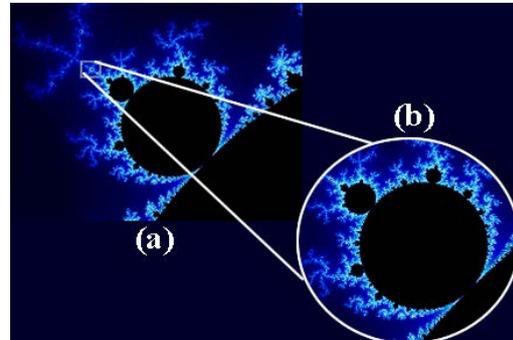


Figura 1 – Ilustração da propriedade de auto-similaridade no fractal de Mandelbrot: qualquer parte ampliada (b) terá o mesmo formato que o todo (a).

Observa-se ainda a complexidade “*infinita*”: qualquer que seja o número de ampliações de um fractal, nunca se obtém uma figura final, uma vez que esta também pode sofrer transformações de escala e, assim, poderá a ser ampliada indefinidamente.

Outra característica que pode ser notada na figura é da irregularidade: a figura esboça um perfil de rugosidade ou fragmentação.

A iteração é caracterizada como um processo repetitivo na construção de um fractal. Consiste em repetir o mesmo ato ou princípio infinitamente segundo algumas regras analíticas ou geométricas.

Ao contrário da geometria euclidiana, a abordagem fractal impõe-se como a “*Linguagem do Caos*”: consegue-se representar situações práticas imprevisíveis e caóticas de uma forma eficiente. Neste novo contexto, resgata-se uma frase muito conhecida: em toda desordem há ordem e em toda ordem há desordem.

Geometria Fractal pode ser utilizada para representar estruturas geométricas de grande complexidade, inclusive fenômenos na natureza onde não podem ser utilizadas as geometrias tradicionais. Embora as abordagens estatísticas (CHEN; NIXON; THOMAS, 1995), espectrais (JAIN; FARROKHNI, 1991) e estruturais (VILNROTTER; PRICE, 1986) permitirem resultados satisfatórios quanto à análise de textura, estes métodos falham na descrição de padrões naturais que apresentam uma estrutura não periódica (KAPLAN, 1999). Isso se deve ao fato de que texturas naturais possuem padrões aleatórios, porém persistentes. Exemplos desse tipo de

textura são amplamente encontrados na natureza (nuvens, fumaça, modelos de terrenos e relevos, superfícies vegetais foliares).

Na fisiologia vegetal, o uso de modelos matemáticos com dimensão fractal facilita a identificação morfológica de plantas, cada uma com suas inúmeras características taxonômicas. A figura 2 mostra como os diversos vasos que irrigam uma folha vegetal de uma determinada espécie possuem uma geometria que pode ser descrita por entes fractais. As ramificações têm um padrão similar ao que ocorre na formação de bacias hidrográficas, sendo modelado por entes fractais. Neste mesmo contexto, segue o exemplo das ramificações da folha de samambaia (figura 3).



Figura 2 – Diferentes espécies apresentam ramificações (bordas e nervuras vegetais) com um padrão fractal. A geometria fractal é utilizada para catalogar e diferenciar as diferentes espécies através da disposição de tais ramificações. Fonte: Google imagens.



Figura 3 – Em (a) uma foto de folhas de samambaia e em (b) uma criação gráfica criada por computador utilizando geometria fractal (conhecida como Samambaia de *Barnsley*), onde partes da figura estão destacadas, mostrando a mudança de escala e a propriedade de auto-similaridade. Fonte: Google imagens.

A teoria fractal é uma boa alternativa para o estudo de tais abordagens. Isso reside no fato de que texturas naturais possuem uma dimensão topológica não-inteira e, em muitos casos, também apresentam uma estrutura não periódica. Neste cenário, o uso de modelos de fractais torna-se relevante na caracterização morfológica para tal tipo de estrutura. Portanto, a dimensão fractal torna-se um

parâmetro importante no problema de classificação, uma vez que essa característica é inerente à região/superfície do mesmo (POTLAPALLI; LUO, 1994).

As estruturas morfológicas das folhas não são classificadas como “*fractais perfeitos ou ideais*”, ou seja, sua dimensão fractal se aproxima do valor nulo à medida que se observa a estrutura geométrica do objeto em escalas cada vez maiores. Entretanto, são exemplos de fenômenos descritos e caracterizados através da variabilidade e complexidade fractal.

Na literatura, diversos métodos vêm sendo propostos para a determinação da dimensão fractal na análise de imagens. Pentland (1984) utiliza o espectro de potência da transformada de Fourier como movimentos brownianos. Peleg et al (1984) adaptou a ideia de Mandelbrot (método  $\varepsilon$ -blanket) usando-o para análise de superfícies. O método *box-counting* vem sendo usado em várias aplicações de classificação, comparação de texturas e caracterização de objetos (GANGEPAIN; CARMES, 1986). Alguns trabalhos mais recentemente (VEHEL; MIGNOT; BERROIR, 1992; TURIEL; PARGA, 2000) utilizaram a teoria de multifractais aplicados à classificação de texturas e segmentação de imagem.

Diversos trabalhos têm difundido o uso de dimensão fractal na classificação de espécies vegetais, levando em consideração a forma, a curvatura, seções de corte, vascularização foliar e textura de folhas (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2011; MARIATH; DOS SANTOS, 2010; DA SILVA et al, 2015; FLORINDO; BACKES; BRUNO, 2010).

Embora haja um amplo conjunto de técnicas e abordagens para estimação da dimensão fractal de texturas, o método “*Box-Counting*” é amplamente utilizado.

O princípio básico para estimar a dimensão fractal de um objeto está do conceito de auto-similaridade. Neste sentido, tal método se baseia na divisão da imagem em caixas quadradas de tamanho  $\varepsilon$  e, na contagem do número dessas caixas  $N(\varepsilon)$  que contenham pelo menos uma porção do objeto em análise (GANGEPAIN; CARMES, 1986). Quando o tamanho das caixas é alterado, quantidades distintas de caixas podem ser obtidas e manipuladas, afetando o valor da dimensão fractal da textura. A figura 4 ilustra este processo.

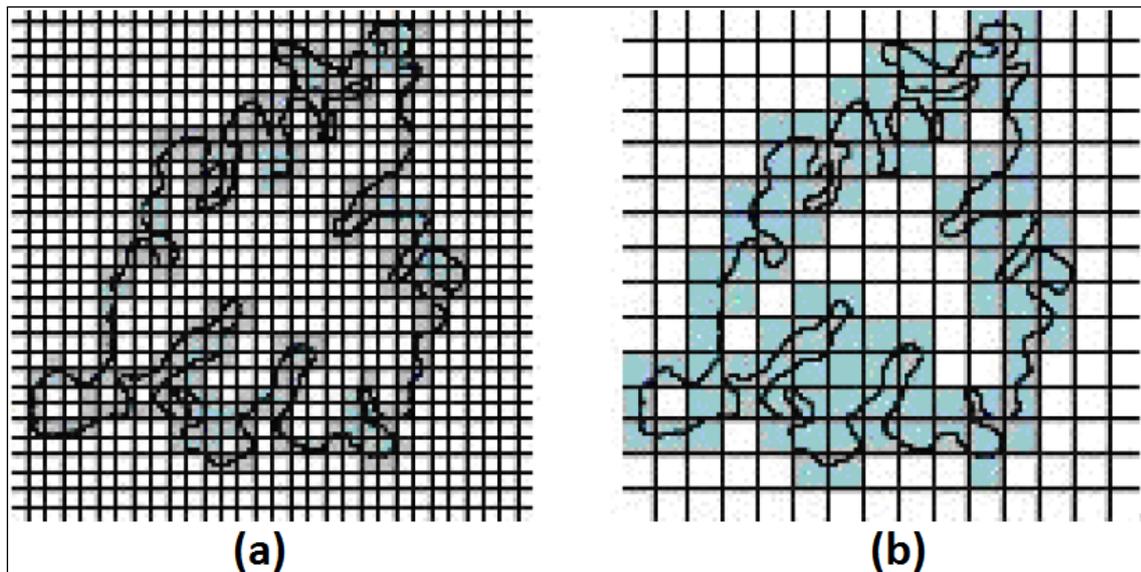


Figura 4 - Divisão de uma imagem pelo método “*Box-Counting*”. As caixas em tom de cinza são as que possuem uma porção do contorno em análise. Em (a) tem-se a figura original (contorno) a ser “varrida” pela incorporação de caixas.; em (b), tem a figura ampliada para melhor visualização.

A dimensão fractal pelo método “*Box-Counting*” é baseada na relação entre o tamanho das caixas e o número de caixas necessárias para cobrir o objeto efetivamente.

O estudo da taxionomia vegetal se caracteriza pela classificação e organização quanto à nomenclatura das espécies de plantas, sendo imprescindível quanto ao estudo da biodiversidade, servindo inclusive como uma ferramenta auxiliar para outras áreas da Botânica (fisiologia vegetal, citologia, entre outras), além de áreas afins (como por exemplo, ecologia, ciências agrárias etc.).

Contudo, a forma de identificação e caracterização das diferentes espécies vegetais continua sendo realizado manualmente (VICENTE et al, 1999). Tal processo de classificação se baseia em medições pouco precisas, podendo conter erros devido à manipulação, bem como a exclusão/omissão de possíveis informações contidas nas amostras coletadas, não sendo devidamente observadas (por exemplo, as características de textura foliar). Neste sentido, o uso de métodos e modelos matemáticos está permitindo o desenvolvimento de técnicas de extração de características intrínsecas e classificação morfológica de forma automatizada, obtendo uma análise mais criteriosa da fisionomia do vegetal. Uma forma de abordagem para a classificação de tais características é o uso de fractais, obtendo um modelo de assinatura matemática para cada espécie estudada. Neste sentido, tal assinatura poderia ser utilizada para comparar espécimes coletados ou

analisados em outras regiões, a fim de se confirmar o padrão de assinatura para a espécie num determinado bioma.

#### 4. Metodologia

Para o estudo em questão, foram realizadas coletas de amostras aleatórias de folhas vegetais das espécies alvos de estudo no Parque da Cidade Sarah Kubitschek e no Parque Ecológico e de Uso Múltiplo Olhos D'Água

Serão utilizadas duas abordagens para a caracterização de textura de folhas vegetais através da dimensão fractal. O detalhamento do seu desenvolvimento é dado nas seções a seguir.

#### Determinação da dimensão fractal, por sombreamento e alto relevo, através do realce geométrico de nervuras (ramificações ou formas internas)

Tal abordagem consiste em seguir o procedimento abaixo:

1º Coleta-se uma folha de uma determinada espécie vegetal, observando se a disposição das nervuras (ramificações ou formas internas) estão bem visíveis em alto relevo;

2º Dispondo-se a folha debaixo de uma folha A4 e, utilizando um giz de cera, gera-se uma região sombreada a fim de formar uma projeção da superfície da folha, incluindo o contorno e as nervuras (veja a figura 5 abaixo);

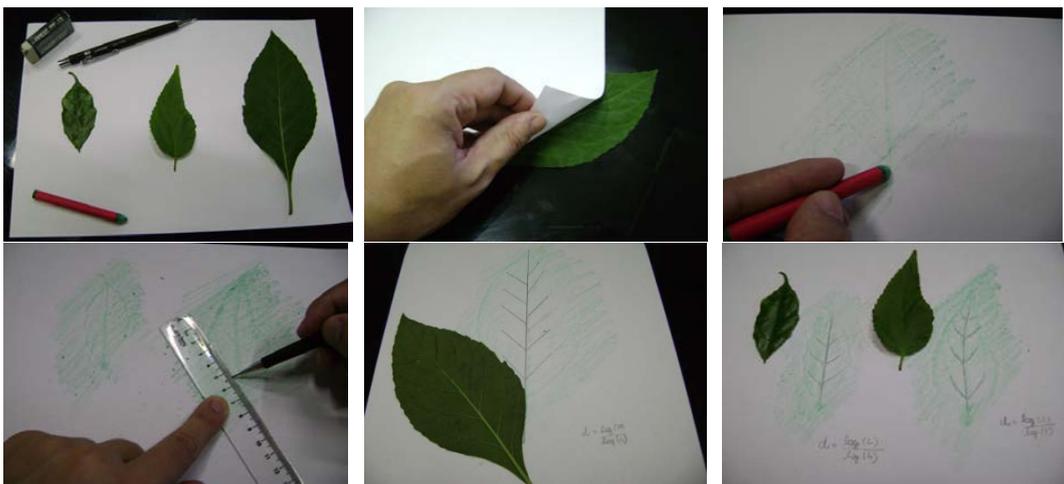


Figura 5 – Criação de projeções das nervuras sobre uma folha de papel usando giz de cera, lápis/lapiseira e régua: a determinação da dimensão fractal facilita a identificação morfológica de vegetais.

3º Usando um(a) lápis/lapiseira e uma régua, cria-se segmentos aproximadamente auto-similares de acordo com as projeções da forma central e ramificações;

4º Faz-se então a determinação (de uma maneira aproximada, quando for o caso) da quantidade de partes auto-similares através do esboço feito na etapa anterior (para cada folha);

5º Determina-se a dimensão fractal através da sua definição analítica/matemática para a textura da folha.

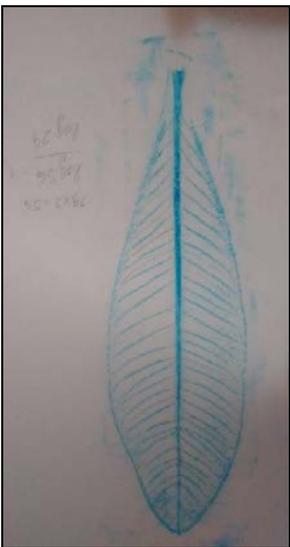


Fig. 6(a) – **Kielmeyera Coriacea**

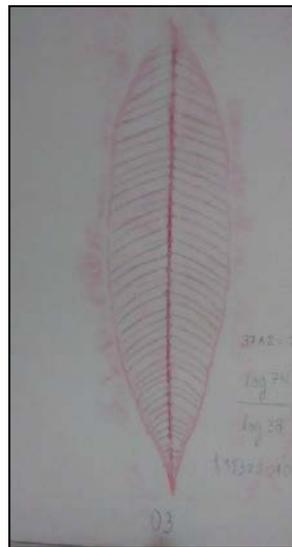


Fig. 6(b) – **Qualea Grandiflora**

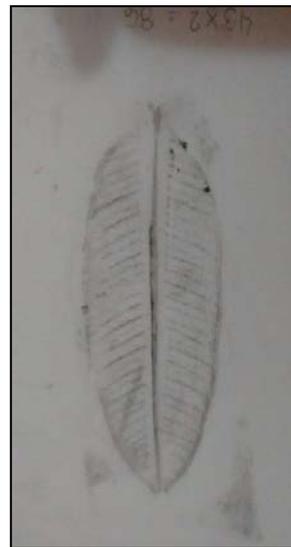


Fig. 6(c) – **Qualea Parviflora**



Fig. 6(d) – **Annona Coriacea**

Figura 6 - Algumas ilustrações obtidas usando a abordagem manual.

A última etapa consiste em aplicar a definição:

$$d = \frac{\log(m)}{\log(n)}$$

onde  $m$  é o número de partes similares obtidas do objeto inicial,  $d$  a dimensão fractal da folha vegetal em análise e  $n$  o fator de ampliação, ou seja, o fator necessário para ampliar a parte similar, tornando do mesmo tamanho que o objeto inicial (sob mudança de escala). Neste caso, o fator de redução é encontrado através da razão entre o comprimento da parte central e o tamanho da ramificação secundária. Já a quantidade de nervuras (partes/ramificações secundárias) é justamente o número de peças auto-similares que se conectarão à parte central.

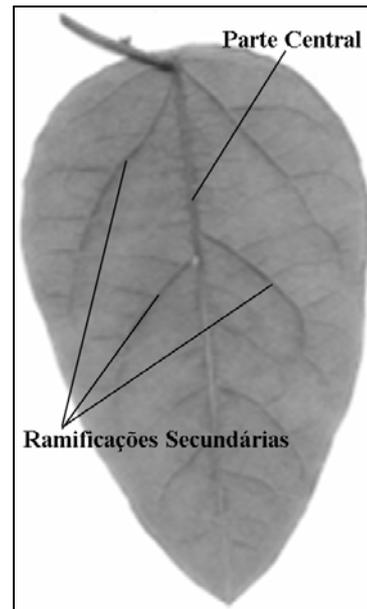


Figura 7 – Representação da parte central e das ramificações numa folha vegetal.

### Determinação da dimensão fractal usando o método computacional “*Box-Counting*”.

A dimensão fractal pelo método “*Box-Counting*” é baseada na relação entre o tamanho das caixas e o número de caixas necessárias para cobrir o objeto efetivamente, sendo definida pela equação abaixo:

$$\dim_{BOX} = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad (1)$$

O cálculo de  $N(\varepsilon)$  para diversos valores de  $\varepsilon$  produz o gráfico de uma reta. O valor absoluto da inclinação desta reta nos dá uma estimativa da dimensão fractal do respectivo objeto. Várias adaptações para análise de textura foram realizadas sobre este método, incluindo uma versão 3D (BACKES e BRUNO, 2006; KASPARIS et al, 2001) e uma adaptação utilizando multifractais (CHAUDHURI; SARKAR, 1995).

Neste método, para cada folha coletada de uma determinada espécie vegetal, deve-se inicialmente realizar o escaneamento digital para a criação de imagens no formato “*jpeg*”. Nesta etapa de aquisição de dados, as imagens são dimensionadas com o formato quadrado, permitindo a sua partição em quadrantes cartesianos do mesmo tamanho. Sob mudança de escala, obtém-se novos subquadrantes a partir dos iniciais. Segue-se, de maneira iterativa, com esta partição.

A imagem em cores é convertida em “*tons de cinza*” e, em seguida, transformada em imagem “*binária*”, construída com pixels preto e branco (figura 8). Obtém-se, então, o número de caixas (“*box*”) que contém um pixel preto. A

conversão de imagem e a construção de tais caixas são desenvolvidas com auxílio do software livre/gratuito **Bio7** (código-fonte aberto), sob a licença **EPL (Eclipse Public License)**, determinando a dimensão fractal (definida na equação 1) através de um *script* específico para tal tarefa (**ImageJ** - plugin **JAVA**).

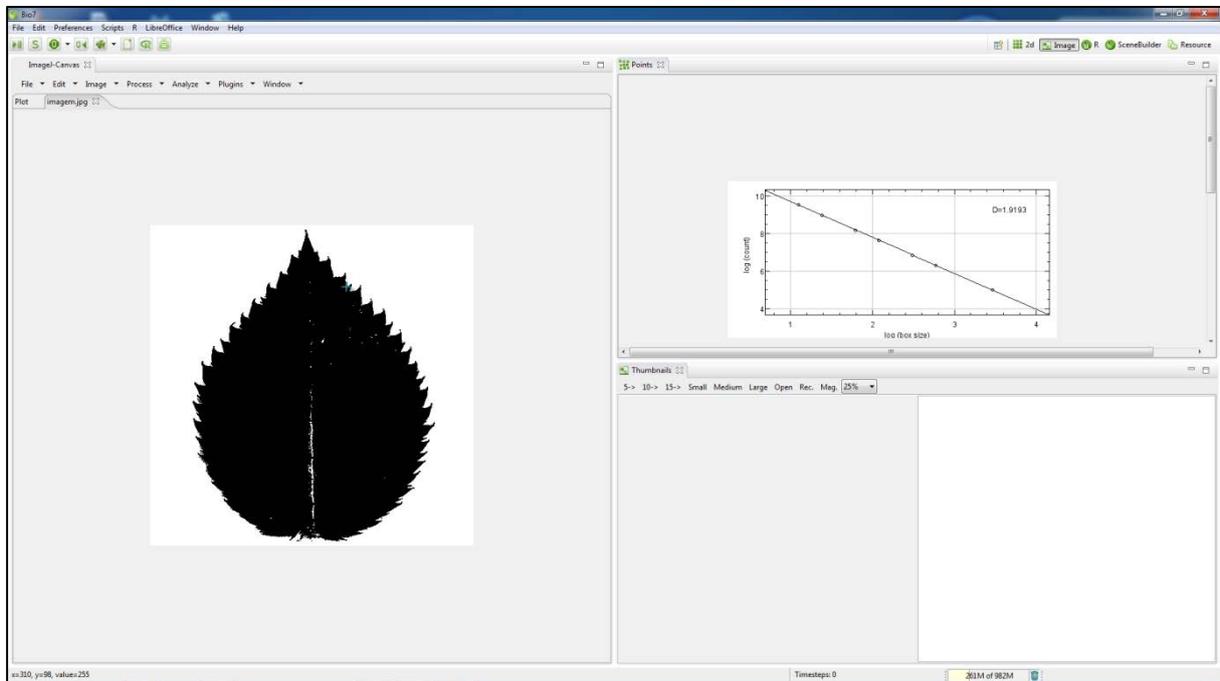


Figura 8 – Interface do software **Bio7**

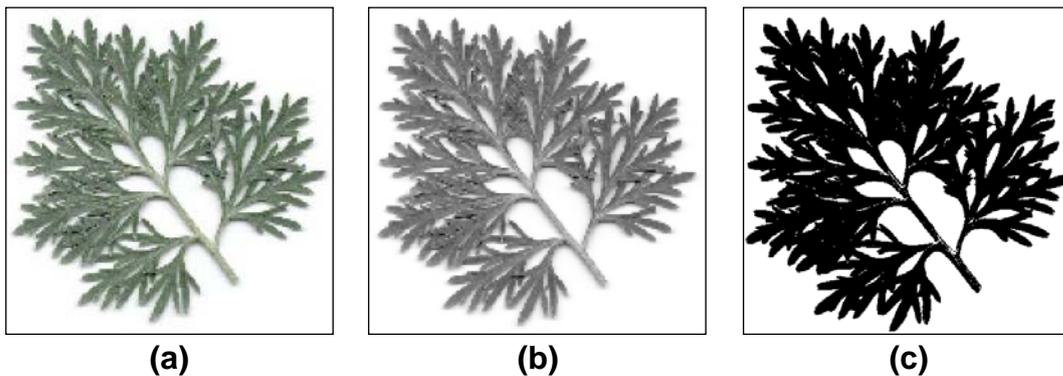


Figura 9 – Representação de conversão a partir de uma imagem de uma folha vegetal: (a) imagem original colorida; (b) imagem convertida em “tons de cinza”; (c) obtenção da imagem binária a partir da obtenção descrita no caso (b).

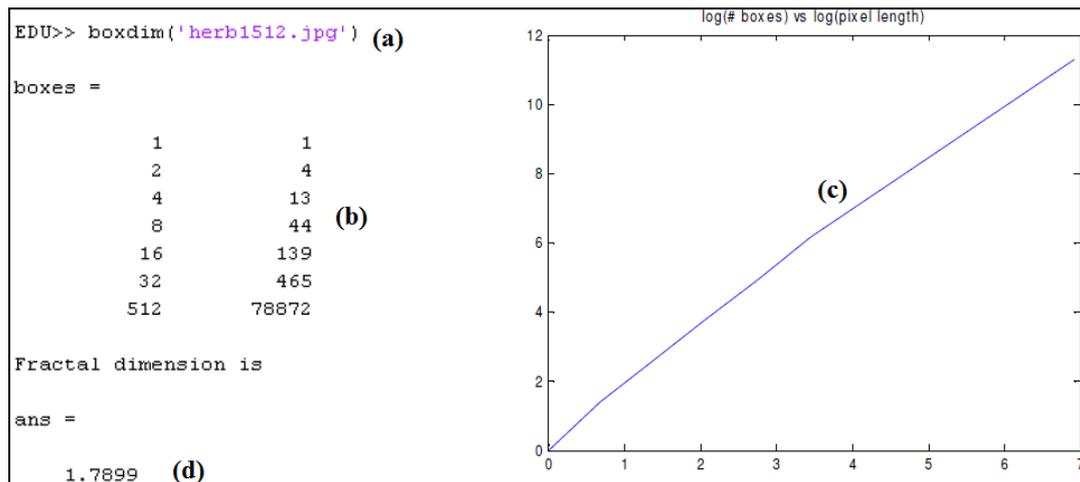


Figura 10 – Exemplo de simulação computacional usando o método *Box-Counting* para a determinação da dimensão fractal da folha. Em (a) usada-se o script *boxdim* para calcular a dimensão fractal referente a imagem em cores original no formato jpg; Em (b), após o início do cálculo, o software mostra a quantidade de “caixas” utilizadas para a determinação da dimensão; o resultado em (c) é uma representação da definição dada pela equação (1) na forma gráfica; Por fim, tem-se em (d) o resultado da dimensão fractal da folha.

Neste trabalho, usando as duas abordagens supracitadas anteriormente, serão analisadas a dimensão fractal das seguintes espécies devido a sua abundância no cerrado local (veja a figura 11 abaixo):

**A – Pau Terra da Folha Larga:**

A.1 nome científico: *Qualea grandiflora*

**B – Pau-santo:**

B.1 nome científico: *Kielmeyera coriacea*

**C – Araticum:**

C.1 nome científico: *Annona coriacea*

**D – Pau-terra:**

D.1 nome científico: *Qualea parviflora*



Fig. 11(a) – **Kielmeyera  
Coriacea**



Fig. 11(b) – **Qualea  
Grandiflora**



Fig. 11(c) – **Qualea  
Parviflora**



Fig. 11(d) – **Annona  
Coriacea**

**Figura 11** – Espécies de folhas vegetais como foco de estudo.

Para cada espécie, serão consideradas amostras de dez folhas vegetais, em diferentes locais do Distrito Federal, obtendo-se uma média amostral referente à dimensão fractal para uma determinada localidade. Neste caso, far-se-á uma análise estatística para cada abordagem desenvolvida. O procedimento analítico consiste em realizar um estudo estatístico usando:

- i. um teste de hipóteses da diferença entre médias, onde se verificará se existe ou não diferença entre os valores obtidos da dimensão fractal para diferentes localidades (para uma mesma espécie vegetal). Neste contexto, pode ser realizada uma comparação direta entre espécimes vegetais (da mesma planta) em diferentes áreas do DF, criando-se um mapeamento quanto à ocorrência da espécie em diferentes localidades através do "padrão fractal", o que justifica a criação do catálogo de identificação e classificação morfológica de plantas (diferenciando-as através da sua dimensão fractal);
- ii. um teste hipotético ANOVA (Análise da Variância), onde se verificará se há ou não diferença entre os resultados/valores médios da dimensão fractal entre as espécies para as diferentes localidades analisadas. Neste último caso, analisa-se se há dependência entre dimensão fractal entre as diferentes espécies e a localidade.

## 5. Resultados e discussão

As tabelas 1 e 2 abaixo ilustram a dimensão fractal de cada espécie para as duas abordagens, levando em consideração intervalos de confiança de 95% e 99% usando a distribuição de probabilidade *t-Student*.

	<i>Kielmeyera Coriacea</i>	<i>Qualea Grandiflora</i>	<i>Qualea Parviflora</i>	<i>Annona Coriacea</i>
1ª Medida	1,1923	1,1855	1,1902	1,2552
2ª Medida	1,1954	1,1810	1,1770	1,2439
3ª Medida	1,2068	1,1894	1,1755	1,2493
4ª Medida	1,1894	1,1880	1,1753	1,2493
5ª Medida	1,2480	1,1954	1,1770	1,2552
6ª Medida	1,1868	1,1832	1,1780	1,2345
7ª Medida	1,1923	1,1810	1,1810	1,2345
8ª Medida	1,1855	1,1880	1,1761	1,2493
9ª Medida	1,1954	1,2007	1,1761	1,2493
10ª Medida	1,1894	1,1843	1,1736	1,2439
Média amostral	1,1981	1,18765	1,17798	1,24644
Desvio padrão amostral	0,01851 5	0,006305	0,004714	0,007335
Intervalo de Confiança de 95%	1,18488 6 a	1,18314 a 1,19216	1,174608 a 1,181352	1,241193 a 1,251687
	1,17910 a 1,21716	1,18117 a 1,19413	1,173136 a 1,182824	1,238901 a 1,253979

Tabela 1 – dimensão fractal usando a abordagem manual por alto relevo.

	<i>Kielmeyera Coriacea</i>	<i>Qualea Grandiflor a</i>	<i>Qualea Parviflora</i>	<i>Annona Coriacea</i>
1ª Medida	1,7600	1,7443	1,3991	1,7983
2ª Medida	1,7512	1,6821	1,5007	1,7655
3ª Medida	1,7383	1,7139	1,4104	1,7627
4ª Medida	1,8139	1,7434	1,5115	1,8308
5ª Medida	1,7694	1,6251	1,4369	1,8343

<b>6ª Medida</b>	1,6816	1,7156	1,5158	1,8185
<b>7ª Medida</b>	1,6734	1,6790	1,5034	1,9202
<b>8ª Medida</b>	1,7097	1,7411	1,5101	1,7941
<b>9ª Medida</b>	1,6700	1,7286	1,4152	1,7864
<b>10ª Medida</b>	1,7547	1,7147	1,4669	1,9018
<b>Média amostral</b>	1,7322	1,70878	1,4670	1,8213
<b>Desvio padrão</b>	0,0473	0,037426	0,047238	0,0533
<b>Intervalo de Confiança de 95%</b>	1,698392	1,68201	1,433210	1,783138
	<b>a</b> 1,766048	<b>a</b> 1,73555	<b>a</b> 1,500790	<b>a</b> 1,859382
<b>Intervalo de Confiança de 99%</b>	1,683616	1,67032	1,418451	1,766487
	<b>a</b> 1,780824	<b>a</b> 1,747244	<b>a</b> 1,515549	<b>a</b> 1,876033

Tabela 2 – dimensão fractal usando o software Bio7.

A partir de uma comparação direta entre as duas abordagens, os resultados parciais indicam que os intervalos de confiança obtidos para as duas abordagens usadas são bem diferentes. Infere-se ainda que a abordagem manual é pouca precisa, no que tange a uma diferença significativa entre tais métodos para a determinação da dimensão fractal. O fato é que, para a sua determinação, deve-se levar em consideração a definição de dimensão fractal (Eq. 1). Neste caso, a condição  $\varepsilon \rightarrow 0$  (fator de redução/ampliação) deve ser obtida, considerando um número apropriado de partes similares (neste caso,  $N(\varepsilon)$ ).

Entretanto, na abordagem manual, esta definição é aproximada e tal condição especificada não é obedecida, comprometendo a precisão do cálculo efetuado. Isso justifica a diferença encontrada entre os intervalos determinados.

Para a verificação da dimensão fractal como ente identificador para uma determinada espécie vegetal, foi realizado um teste de hipóteses. Neste contexto, verifica-se a validade de que a diferença entre a dimensão fractal de diferentes espécies seja nula. Ou seja, deve-se testar a hipótese nula:

$$\begin{aligned}
 H_0 : \mu_1 &= \mu_2 \\
 H_1 : \mu_1 &\neq \mu_2
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

onde  $\mu_1$  e  $\mu_2$  são as médias populacionais de duas diferentes populações (espécies). Neste caso, deve-se testar a hipótese de que as duas amostras tenha sido obtidas de populações com médias iguais. Para realizar tal estudo estatístico, foi aplicada o

teste da diferença entre duas médias, considerando como variável de interesse a dimensão fractal. Obtém-se então o seguinte quadro de resultados para a verificação do teste com uma confiança de 95%, para as médias obtidas pelo software **Bio7**:

Teste de Hipóteses – diferença nula entre as médias amostrais da dimensão fractal de duas espécies vegetais.	
Espécies comparadas	Resultado do Teste com uma confiança de 95%
<i>Kielmeyera Coriacea e Qualea Grandiflora</i>	Aceita-se $H_0$
<i>Kielmeyera Coriacea e Qualea Parviflora</i>	Rejeita-se $H_0$
<i>Kielmeyera Coriacea e Anona Coriacea</i>	Rejeita-se $H_0$
<i>Qualea Grandiflora e Qualea Parviflora</i>	Rejeita-se $H_0$
<i>Qualea Grandiflora e Annona Coriacea</i>	Rejeita-se $H_0$
<i>Qualea Parviflora e Annona Coriacea</i>	Rejeita-se $H_0$

Tabela 3 – resultados obtidos pelo teste de hipóteses entre pares de espécies vegetais.

Observa-se pela tabela 3 que apenas o par espécie 1/espécie 2 apresentou uma aceitação, o que indica que estatisticamente a dimensão fractal seja igual para as duas espécies citadas.

A partir de tais resultados, infere-se que três espécies apresentam estatisticamente dimensão fractal distintas.

Não foi realizado o teste de hipóteses para a abordagem manual em alto relevo, haja vista a falta de precisão numérica. Neste sentido, ignorando-se tal fato, caso o teste estatístico fosse realizado, o seu resultado seria diferente daquele apresentado pelo método “*Box-Counting*” (vide tabela 3 acima).

Desse modo, devido ao fato da hipótese nula ter sido aceita em um dos casos analisados, é necessário realizar um novo método estatístico de hipóteses (ANOVA – Análise da Variância) para a verificação da dimensão fractal como sendo um

indicador matemático para a classificação de diferentes espécies vegetais. Neste último caso, deve-se analisar as seguintes situações:

- i. Teste da diferença para a dimensão fractal entre as médias para diferentes espécies (análise da variância com um fator);
- ii. Teste da diferença para a dimensão fractal entre as médias para diferentes localidades de uma dada espécie (análise da variância com um fator);
- iii. Teste da diferença para a dimensão fractal entre as médias para diferentes localidades entre as (análise da variância com fator duplo);

A figura 12 a seguir ilustra o teste estatístico ANOVA para diferença entre as médias no que tange à dimensão fractal entre as espécies estudadas para uma dada localidade (fator único):

A	B	C	D	E	F	G
Anova: fator único						
<b>Parque olhos d'agua</b>						
RESUMO						
Grupo	Contagem	Soma	Média	Variância		
Annona Coriácea	10	18,2126	1,82126	0,002840332		
Qualea Parviflora	10	14,67	1,467	0,002231464		
Qualea Grandiflora	10	17,0878	1,70878	0,001400713		
Kielmeyera Coriacea	10	17,3222	1,73222	0,002236546		
ANOVA						
Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	0,688571675	3	0,229523892	105,4185046	6,86855E-18	2,866265557
Dentro dos grupos	0,078381496	36	0,002177264			
Total	0,766953171	39				
1o. TH						
Rejeita-se igualdade entre as espécies, pois o valor de P é menor que 0,05						
Rejeita-se igualdade entre as espécies, pois o valor de F é superior ao valor de F crítico						
1o. TH						
H0: Não existe interação entre os resultados das 4 espécies						
H1: Existe interação entre os resultados das 4 espécies						

Figura 12 – Análise da variância com fator único da dimensão fractal entre as espécies para amostras coletadas no Parque olhos d'agua.

Anova: fator único						
<b>Parque da cidade</b>						
RESUMO						
Grupo	Contagem	Soma	Média	Variância		
Annona Coriácea	10	17,8083	1,78083	0,003552547		
Qualea Parviflora	10	15,7833	1,57833	0,001244493		
Qualea Grandiflora	10	16,6466	1,66466	0,002324403		
Kielmeyera Coriacea	10	17,6061	1,76061	0,002116699		
ANOVA						
Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	0,261989593	3	0,087329864	37,81274087	3,20511E-11	2,866265557
Dentro dos grupos	0,083143275	36	0,002309535			
Total	0,345132868	39				
1o. TH						
Rejeita-se igualdade entre as espécies, pois o valor de P é menor que 0,05						
Rejeita-se igualdade entre as espécies, pois o valor de F é superior ao valor de F crítico						
1o. TH						
H0: Não existe interação entre os resultados das 4 espécies						
H1: Existe interação entre os resultados das 4 espécies						

Figura 13 – Análise da variância com fator único da dimensão fractal entre as espécies para amostras coletadas no Parque da cidade Sarah Sarah Kubitschek.

De acordo com os resultados acima (Fig. 12 e Fig. 13), têm-se o seguinte cenário: para uma dada localidade, verifica-se que há rejeição quanto à igualdade entre os valores médios da dimensão fractal das quatro espécies (hipótese  $H_0$ ), já que o valor da estatística-p é menor que o nível de significância (0,05).

	Kielmeyera Coriacea	Qualea Grandiflora	Annona Coriacea	Qualea Parviflora			
Parque olhos d'água	1,7600	1,7443	1,7983	1,3991			
	1,7512	1,6821	1,7655	1,5007			
	1,7383	1,7139	1,7627	1,4104			
	1,8139	1,7434	1,8308	1,5115			
	1,7694	1,6251	1,8343	1,4369			
	1,6816	1,7156	1,8185	1,5158			
	1,6734	1,679	1,9202	1,5034			
	1,7097	1,7411	1,7941	1,5101			
	1,6700	1,7286	1,7864	1,4152			
	1,7547	1,7147	1,9018	1,4669			
	Parque da cidade	1,6617	1,6692	1,7078	1,5753		
		1,7001	1,6826	1,8448	1,5374		
		1,7888	1,6615	1,6435	1,5655		
		1,7442	1,6277	1,8102	1,606		
1,7695		1,6952	1,7993	1,5503			
1,7934		1,7226	1,789	1,5761			
1,7676		1,7227	1,8021	1,5308			
1,7903		1,5669	1,7881	1,6082			
1,8006		1,6765	1,8117	1,5879			
1,7899		1,6217	1,8118	1,6458			
<b>Primeiro Teste</b>							
H0	não existe diferença entre os resultados das QUATRO ESPÉCIES quanto à variável DIMENSÃO FRACTAL;						
H1	existe diferença entre os resultados das QUATRO ESPÉCIES quanto à variável DIMENSÃO FRACTAL.						
<b>Segundo Teste</b>							
H0	não existe diferença entre os resultados das DUAS LOCALIDADES quanto à variável DIMENSÃO FRACTAL;						
H1	existe diferença entre os resultados das DUAS LOCALIDADES quanto à variável DIMENSÃO FRACTAL.						

Anova: fator duplo com repetição						
RESUMO	Kielmeyera Coriacea	Qualea Grandiflora	Annona Coriacea	Qualea Parviflora	Total	
<i>Parque olhos d'água</i>						
Contagem	10	10	10	10	40	
Soma	17,3222	17,0878	18,2126	14,67	67,2926	
Média	1,73222	1,70878	1,82126	1,467	1,682315	
Variância	0,002236546	0,001400713	0,002840332	0,002231464	0,019665	
<i>Parque da cidade</i>						
Contagem	10	10	10	10	40	
Soma	17,6061	16,6466	17,8083	15,7833	67,8443	
Média	1,76061	1,66466	1,78083	1,57833	1,696108	
Variância	0,002116699	0,002324403	0,003552547	0,001244493	0,00885	
<i>Total</i>						
Contagem	20	20	20	20		
Soma	34,9283	33,7344	36,0209	30,4533		
Média	1,746415	1,68672	1,801045	1,522665		
Variância	0,002274167	0,002276785	0,003458359	0,004908182		
<b>ANOVA</b>						
Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Localidades (Amostra)	0,003804661	1	0,003804661	1,695935548	0,196971	3,973896992
Espécies (Colunas)	0,870458327	3	0,290152776	129,3361986	6,36E-29	2,73180701
Interações	0,08010294	3	0,02670098	11,90201699	2,04E-06	2,73180701
Dentro	0,161524771	72	0,0022434			
Total	1,1158907	79				

**RESULTADO - CONCLUSÃO:**

**Primeiro teste:** rejeita-se o fato de que não existe diferença entre os resultados das QUATRO ESPÉCIES quanto à variável DIMENSÃO FRACTAL. Isto é, aceita-se o fato de que existe diferença entre os resultados das QUATRO ESPÉCIES quanto à variável DIMENSÃO FRACTAL;

**Segundo teste:** Aceita-se o fato de que não existe diferença entre os resultados das DUAS LOCALIDADES quanto à variável DIMENSÃO FRACTAL;

Figura 14 – Análise da variância com fator duplo no estudo da dimensão fractal entre as espécies para diferentes localidades.

Considerando a análise da dimensão fractal com fator duplo (Fig. 14 - comparação entre as espécies e as diferentes localidades), o teste ANOVA conduziu a uma rejeição quanto à igualdade entre os valores médios da dimensão fractal das quatro espécies (hipótese  $H_0$ ), bem como se rejeita o fato de que a localidade influencia a dimensão fractal: há rejeição quanto à igualdade entre os valores médios da dimensão fractal para diferentes localidades, já que o valor da estatística- $p$  é menor que o nível de significância (0,05).

Para o caso da abordagem manual (alto relevo), devido à falta de precisão quanto à determinação da dimensão fractal, os testes estatísticos quanto a hipóteses já mencionadas não foram realizados, haja vista que diferença/erro percentual entre as diferentes abordagens variou entre 19,7 % e 31,5%. Neste sentido, um teste estatístico realizado usando dados coletados para a abordagem manual conduziria a resultados inconclusivos e incoerentes, tendo um cenário que não retraria a realidade.

Tem-se, neste caso, um quadro-resumo quanto ao valor médio da dimensão fractal usando o método computacional “*Box Counting*”, diferenciando-se entre as espécies para cada localidade, considerando diferentes margens de confiança:

	<i>Kielmeyera Coriacea</i>	<i>Qualea Grandiflora</i>	<i>Qualea Parviflora</i>	<i>Annona Coriacea</i>
Assinatura - Confiança de 95%	1,698392 <b>a</b>	1,68200 9	1,433210 <b>a</b>	1,783138 <b>a</b>
	1,766048	<b>a</b> 1,73555	1,500790	1,859382
Assinatura - Confiança de 99%	1,683616 <b>a</b>	1,67031 6	1,418451 <b>a</b>	1,766487 <b>a</b>
	1,780824	<b>a</b> 1,747244	1,515549	1,876033

Tabela 4 – Quadro-resumo mostrando a dimensão fractal como indicador de assinatura para a diferenciação entre as espécies vegetais estudadas.

## 6. Conclusão

Neste trabalho, foi realizada a análise fractal como uma forma metodológica computacional no que tange à classificação, a caracterização e identificação de espécies vegetais, determinando-se assim o valor da dimensão fractal para uma dada espécie. Neste sentido, usando o método *box-counting*, por meio da análise da textura foliar, a dimensão fractal foi determinada em quatro diferentes espécies de plantas típicas do cerrado do planalto central: *Kielmeyera coriacea*, *Qualea parviflora*, *Qualea grandiflora* e *Annona coriacea*. As amostras de folhas vegetais para a devida análise foram coletadas em duas localidades do Distrito Federal: Parque da Cidade Sarah Kubitschek e Parque Ecológico Olhos D'Água. Neste estudo, os valores médios da dimensão fractal relacionados a diferentes localidades foram comparados entre as espécies. Diferentes testes estatísticos de hipóteses mostraram que diferentes espécimes possuíam uma forma de assinatura estatística característica, mostrando que tal dimensão pode ser um indicador de classificação com caráter taxonômico.

Os resultados aqui apresentam limitações. Diferentes folhas vegetais que compuseram diferentes amostras apresentam irregularidades estruturais, o que pode comprometer o processo de digitalização. Neste caso, para tal análise, seria necessário um tratamento sofisticado no processo de filtro digital para a eliminação de eventuais irregularidades.

Quanto ao processo de amostragem, é necessário uma pesquisa de campo mais abrangente no que tange a diferentes localidades. Neste último caso, poder-se-ia averiguar, com maior exatidão, a influência da localidade sobre o valor da dimensão fractal.

Os resultados obtidos aqui indicam diferentes valores médios para tal grandeza entre os grupos de espécies, mostrando independência em relação à localidade de coleta, caracterizando-se como um importante parâmetro no processo taxonômico para a identificação, diferenciação e classificação de espécies vegetais.

## **7. Referências**

BARBOSA, R. M. **Descobrimdo a geometria fractal - Para sala de aula.** Ed. AUTENTICA EDITORA, pág.160, 2016.

BIUDES, M. S.; GOMES, R. S. R.; MACHADO, N. G.; MELLO, G. J.; NOGUEIRA, J. S.; PEREIRA, O. A. **Dimensão fractal de séries de variáveis micrometeorológicas em uma floresta inundável no Pantanal de mato grosso.** Ciência e Natura, Santa Maria, vol.38. n.1, 2016.